

## Разнойбой

1. Последняя цифра квадрата натурального числа равна 6. Докажите, что его предпоследняя цифра нечётна.
2. Докажите, что ребус

$$\text{АПЕЛЬСИН} - \text{СПАНИЕЛЬ} = 2013 \cdot 2014$$

не имеет решения.

3. Найдите все простые  $p$ , для которых являются простыми числа  $p + 10$  и  $p + 14$ .
4. Сократите дробь  $\frac{377}{261}$ , предварительно вычислив НОД по алгоритму Евклида.
5. Некто купил 30 яиц за 30 монет, из числа этих птиц за каждых трех воробьёв заплачена 1 монета, за каждых двух горлиц – также 1 монета и, наконец, за каждого голубя – по 2 монеты. Сколько было птиц каждой породы?
6. Известно, что  $56a = 65b$  ( $a$  и  $b$  целые). Может ли число  $a + b$  быть простым?
7. а) При умножении числа  $a$  на 2 количество его делителей увеличилось на 20%. Докажите, что  $a$  делится на 16, но не делится на 32.  
б) Как увеличится число делителей, если  $a$  умножить на 4?
8. Докажите, что если у числа ровно 6 делителей, то оно имеет вид либо  $p^5$ , либо  $qr^2$ , где  $p, q, r$  – какие-либо простые числа.