

1. **Две колонки остатков.**

Числа  $m$  и  $c$  взаимно просты. Докажите, что  $0, c, 2c, \dots, (m-2)c, (m-1)c$  представляют полную систему остатков по модулю  $m$ .

2. **Теорема Вильсона.**

Пусть  $p$  — простое число. Докажите, что  $(p-1)! \equiv_p -1$ .

3. **Малая теорема Ферма.**

Пусть  $p$  — простое число. Докажите, что для любого  $c \in \{1, 2, \dots, p-1\}$  справедливо  $c^{p-1} \equiv_p 1$ .

4. **Разрешимость линейных диофантовых уравнений.**

Докажите, что уравнение  $ax + by = \gamma$  имеет решение тогда и только тогда, когда  $\gamma : (\alpha, \beta)$ .

5. **Лемма о рукопожатиях.**

Докажите, что в любом графе число нечётных вершин чётно.

6. **Регулярные графы.**

При каких  $n, k \in \mathbb{N}$  существует регулярный граф степени  $k$  на  $n$  вершинах?

7. **Формула Эйлера.**

Докажите, что в любом связном плоском графе выполнено  $V - E + F = 2$ .

8. **Непланарность  $K_5$ .**

Докажите, что  $K_5$  нельзя изобразить на плоскости без самопересечений.

9. **Непланарность  $K_{3,3}$ .**

Докажите, что  $K_{3,3}$  нельзя изобразить на плоскости без самопересечений.

10. **Точки, равноудалённые от прямых.**

Найдите геометрическое место точек, равноудалённых от двух данных прямых. Найдите геометрическое место точек, равноудалённых от трех данных прямых.

11. **Точки, из которых отрезок виден под данным углом.**

Найдите геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом.

12. **Вершины равновеликих треугольников.**

Даны два отрезка  $M_1N_1$  и  $M_2N_2$ . Найдите геометрическое место точек  $X$  таких, что  $S_{M_1XN_1} = S_{M_2XN_2}$ .

**1. Две колонки остатков.**

Числа  $m$  и  $c$  взаимно просты. Докажите, что  $0, c, 2c, \dots, (m-2)c, (m-1)c$  представляют полную систему остатков по модулю  $m$ .

**2. Теорема Вильсона.**

Пусть  $p$  — простое число. Докажите, что  $(p-1)! \equiv_p -1$ .

**3. Малая теорема Ферма.**

Пусть  $p$  — простое число. Докажите, что для любого  $c \in \{1, 2, \dots, p-1\}$  справедливо  $c^{p-1} \equiv_p 1$ .

**4. Разрешимость линейных диофантовых уравнений.**

Докажите, что уравнение  $ax + by = \gamma$  имеет решение тогда и только тогда, когда  $\gamma : (\alpha, \beta)$ .

**5. Лемма о рукопожатиях.**

Докажите, что в любом графе число нечётных вершин чётно.

**6. Регулярные графы.**

При каких  $n, k \in \mathbb{N}$  существует регулярный граф степени  $k$  на  $n$  вершинах?

**7. Формула Эйлера.**

Докажите, что в любом связном плоском графе выполнено  $V - E + F = 2$ .

**8. Непланарность  $K_5$ .**

Докажите, что  $K_5$  нельзя изобразить на плоскости без самопересечений.

**9. Непланарность  $K_{3,3}$ .**

Докажите, что  $K_{3,3}$  нельзя изобразить на плоскости без самопересечений.

**10. Точки, равноудалённые от прямых.**

Найдите геометрическое место точек, равноудалённых от двух данных прямых. Найдите геометрическое место точек, равноудалённых от трех данных прямых.

**11. Точки, из которых отрезок виден под данным углом.**

Найдите геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом.

**12. Вершины равновеликих треугольников.**

Даны два отрезка  $M_1N_1$  и  $M_2N_2$ . Найдите геометрическое место точек  $X$  таких, что  $S_{M_1XN_1} = S_{M_2XN_2}$ .