

Вариант 1.2 (апрель 2002 г.)

Факультет Вычислительной математики и кибернетики.

1. Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости Oxy условиями

$$\begin{cases} 3y + 2x \leq 8, \\ \sqrt{x^2 + 7x - 8} \leq x + 2, \\ 3y + 4 \geq x. \end{cases}$$

2. Решите неравенство

$$|\log_3 (4x^2 - 12x + 9) - 3| \cdot \log_{3-2x} \left(\frac{1}{9} \right) \geq -2.$$

3. Даны две окружности. Первая из них вписана в треугольник ABC , вторая касается стороны AC и продолжений сторон AB и BC . Известно, что эти окружности касаются друг друга, сумма квадратов их радиусов равна 45, а угол ABC равен

$\arccos \left(\frac{7}{9} \right)$. Найдите длину медианы AD треугольника ABC .

4. Найдите $\operatorname{ctg} |x|$, если известно, что

$$(5 \cos x + 7 \sin x + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{\sin |x|}) = 0.$$

5. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} \cos(2\pi \sqrt{a^2 - x^2}) = 0, \\ 8 \cdot 9^{|ax|} - 22 \cdot 6^{|ax|} + 9 \cdot 2^{2|ax|} \leq 0 \end{cases}$$

имеет наибольшее число решений?

6. Рассматриваются всевозможные параллелепипеды с четырьмя ребрами длины 5 и остальными ребрами длины 4, в которые можно вписать шар. Найдите максимальное значение радиуса такого шара.

ОТВЕТЫ

1. Ответ: $\frac{9}{2}$.

2. Ответ: $[-12; 0] \cup \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

3. Ответ: $\frac{3\sqrt{34}}{2}$.

4. Ответ: $\left\{1; -\frac{47}{23}\right\}$.

5. Ответ: $a \in \left[-\frac{\sqrt{2+2\sqrt{4097}}}{8}; -\frac{5}{4}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; \frac{\sqrt{2+2\sqrt{4097}}}{8}\right]$.

6. Ответ: $\frac{3}{2}$.